



一种基于新型符号函数的小波阈值图像去噪算法

崔金鸽¹, 陈炳权^{1,2}, 徐庆¹, 邓波¹

(1. 吉首大学物理与机电工程学院, 湖南 吉首 416000;

2. 吉首大学信息科学与工程学院, 湖南 吉首 416000)

摘要:在现有阈值去噪算法的基础上提出了一种基于新型符号函数的小波阈值图像去噪算法,该算法提出的新阈值函数具有连续可导、小波系数偏差小、阈值自适应性强等优势。不仅保留了分解后的低频小波系数,还有效滤除了高频系数中的噪声系数,使得重构后的图像更接近原始图像。对高斯白噪声的 Bridge 图像、Lena 图像及含“斑点噪声”的 B 超 Fetus 图像进行仿真,实验的结果表明,无论是新阈值函数的视觉效果,还是定量指标 PSNR 和 MSE,均优于现有的阈值图像去噪算法。其边缘及细节信息能得到较好的保护,无明显振荡,图像更平滑、均匀,且在复杂噪声背景下,该方法具有较好的顽健性。

关键词:符号函数;小波阈值;去噪;顽健性

中图分类号:TP391.4

文献标识码:A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2017012

A wavelet threshold image denoising algorithm based on a new kind of sign function

CUI Jing¹, CHEN Bingquan^{1,2}, XU Qing¹, DENG Bo¹

1. College of Physics and Electromechanical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China

2. College of Information Science and Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China

Abstract: Based on the existing threshold denoising algorithm, a threshold denoising algorithm based on the new symbolic function was proposed. The new threshold function has advantages of continuous guidance, small deviation of wavelet coefficient, strong threshold adaptability and so on. It not only preserved the low-frequency wavelet coefficients, but also filtered the noise coefficients in the high-frequency coefficients effectively, so that the reconstructed image was closer to the original image. The simulation results of Bridge image, Lena image and B-mode Fetus image with Gaussian white noise show that the visual effect of both the new threshold function and the quantitative indicators PSNR and MSE are better than the existing threshold image denoising algorithm. The edge and detail information can be better protected, have no obvious oscillation, the image is smoother and even, and the method has good stubbornness under the background of complex noise.

Key words: sign function, wavelet threshold, denoising, robustness

收稿日期:2016-10-11;修回日期:2017-01-04

通信作者:陈炳权, cba2005@yeah.net

基金项目:湖南省自然科学基金资助项目(No.2016JJ4074);湖南省教育厅科学研究项目(No.14C0920);吉首大学课题资助项目(No.Jdy16023, No.15JDY032)

Foundation Items: Hunan Provincial Natural Science Foundation of China(No.2016JJ4074), Project of Hunan Provincial Education Department of China(No.14C0920), Project of Jishou University Subject(No.Jdy16023, No.15JDY032)



1 引言

在图像的采集中,由于受到光线强度、噪声等外界因素的干扰,导致图像质量下降。图像去噪的目的是尽可能保留原始图像的信息,凸显边缘和细节信息。传统图像去噪算法,通常由傅里叶变换对含噪信号进行处理,由滤波器过滤掉含噪信号中的高频成分,再由傅里叶逆变换还原出有用的信号,处理后的图像会出现边缘局部细节缺失等现象。小波变换具有经典傅里叶变换所不具有的时间—频率的局部性,能够呈现出图像任意局部细节,更好地保护边缘和细节信息。近年来,小波变换以其去相关性、多分辨率性、低熵性、选基灵活性等特性,广泛应用于图像去噪领域。目前,小波图像去噪的方法大体可以分为小波萎缩法、投影法、相关法3类^[1]。Donoho等^[2,3]提出的阈值萎缩方法(WaveShrink),包括硬阈值(hard threshold)法和软阈值(soft threshold)法,给出了通用阈值 $\delta=\sqrt{2\ln N}$,真正意义上使小波系数阈值量化去噪成为可能,并且取得了较好的视觉效果,证明了WaveShrink的最优性。

参考文献[2,3]存在如下缺陷:在硬阈值处理过程中,因为函数不连续,使得信号重构时可能产生振荡;在软阈值处理过程中,处理后的小波系数与真实的小波系数存在恒定的偏差,使得处理后的图像过于平滑,甚至出现边界模糊等现象。为了弥补缺陷,参考文献[4-6]对阈值和阈值函数进行了研究,阈值的选取规则要依据适用范围而定,不同的阈值则有不同的去噪效果;构建阈值函数要具备高阶可导性、良好连续性、对边缘小波系数保护能力强等优势。

近年来,阈值的选取规则由简单的固定式逐渐转向了融合各种算法的自适应控制,诸如GA^[7]、改进的PSO算法^[8]等;阈值函数由单一的传统软硬阈值函数到两者相结合的半软阈值函数、折中阈值函数及复杂度高的各种复合改进阈值函数等^[9-14]。基于此,本文采用一种基于新型符号函数的复合改进算法,自适应选取阈值,不仅有效解决软硬阈值出现的振荡、边界模糊、平滑过度等问题,去噪效果还要比普通改进方法好,且在处理复杂噪声环境下的医学B超图像时,同样具有较好的优势。

2 阈值去噪基本原理

2.1 小波去噪模型

在小波图像去噪中,高频信号主要由噪声信号组成,低频或者平稳信号主要由有用信号组成。具体的去噪步骤为:首先根据图像及噪声的类型选择合适的小波基及其分

解层数,然后利用小波变换对原始图像进行多尺度分解,再对每层分解后的高频系数进行阈值量化,保留相对低频部分,最后重构处理后的系数。

设某一个信号 $f(n)$ 被噪声 $e(n)$ 污染后为 $s(n)$,则噪声模型为:

$$s(n)=f(n)+\sigma e(n) \quad (1)$$

其中, $e(n)$ 为噪声, σ 为噪声强度。假设 $e(n)$ 为高斯白噪声,令 $\sigma=1$ 。小波去噪的目的是抑制 $e(n)$ 以恢复 $f(n)$,当 $f(n)$ 的分解系数比较稀疏时,去噪效率更高。

2.2 阈值图像去噪原理

小波阈值图像去噪是一种基于非参数模型的噪声抑制方法。图像经过小波分解后,其小波系数主要分为有用信号系数和噪声信号系数,图像有用信息主要表现为低频信号,边缘细节信息和噪声主要表现为高频信号。

小波图像阈值去噪的基本思想为:当小波系数小于某一阈值时,该小波系数是噪声引起的,将其剔除;当小波系数大于某一阈值时,该小波系数是由实际信号引起的,将其保留。

小波图像阈值去噪的基本步骤如下。

步骤1 选定小波基、分解层数,对含噪声图像进行小波分解,得到一组小波系数 $w_{j,k}$ 。

步骤2 根据小波变换性质可知,图像小波系数由有用系数和噪声系数叠加而成,利用合适阈值对小波系数 $w_{j,k}$ 进行处理,得到小波估计系数 $\hat{w}_{j,k}$,要求 $\hat{w}_{j,k}$ 和 $w_{j,k}$ 的差值尽可能小。

步骤3 对 $\hat{w}_{j,k}$ 进行小波重构,得到去噪后的图像。

二维含噪图像阈值去噪流程如图1所示。

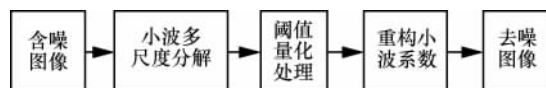


图1 二维含噪图像阈值去噪流程

2.3 基于样本估计的阈值选取

基于式(1)的阈值选取的规则如下。

(1)无偏风险阈值选取规则

该规则针对软阈值函数,基于Stein无偏似然估计准则自适应地选择阈值,趋近于理想阈值。对一个给定的阈值,将其非似然估计最小化,就得到所选的阈值。

(2)通用阈值选择规则

该规则所采用的是一种固定的阈值 T ,其计算式为 $T=\sigma\sqrt{2\ln N}$,其中, N 为返回阈值长度。

(3) 启发式阈值选择规则

该规则的阈值是一种最优预测变量,是上述2种规则的融合。

(4) 最小最大阈值选择规则

该规则产生一个最小均方误差极值,并由它设计估计器,以实现最大均方误差的最小化。

每一种阈值选择规则都有相应的适用范围,前两种方法相对保守,但可以有效地保留有用信息高频系数;后两者虽然可以有效滤除高频系数,但可能将高频系数中的有用信息当作噪声滤除掉,在选择阈值时要视具体情况而定。

3 小波阈值图像去噪算法

3.1 软硬阈值去噪算法

Donoho 和 Johnstoni^[2,3]提出的软硬阈值去噪算法,首先确定小波系数的通用阈值,采用硬阈值或软阈值对小波系数做阈值处理。硬阈值法保留大于阈值的小波系数,并将小于或等于阈值的小波系数置零;软阈值法是把大于阈值的小波系数向零收缩,将小于或等于阈值的小波系数置零,相关模型如下。

硬阈值法模型:

$$\hat{w}_T = \begin{cases} w, & |w| > T \\ 0, & |w| \leq T \end{cases} \quad (2)$$

软阈值法模型:

$$\hat{w}_T = \begin{cases} \text{sign}(w)(|w| - T), & |w| > T \\ 0, & |w| \leq T \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\hat{w}_T$ 为阈值处理后的小波系数, w 为原始小波系数, T 为阈值。在图像去噪处理中,由于硬阈值在阈值点处不连续,使得处理后的图像产生振荡,而软阈值由于小波原始系数和阈值处理后的小波系数存在一定的偏差,势必出现边缘模糊等失真现象。

3.2 改进的阈值图像去噪方法

由于软硬阈值函数在去噪过程中,存在边缘模糊、平滑过度等失真现象,因此,设计一种新阈值函数,既能实现阈值函数的功能,又能使去噪后的图像具有清晰的边界和较低的失真性,是小波去噪的关键技术之一。合适的阈值函数应具备以下2个基本条件^[15]:连续性较好,防止数据重构时出现振荡;对边缘小波系数保护能力强,防止数据重构出现模糊,且满足关系式^[16]: $\min E = \sum_n |w_{j,k} - \hat{w}_{j,k}|$,

其中, E 为偏差之和, n 为绝对值大于阈值的小波系数。参考文献[4,9,11]阈值图像去噪模型如下。

(1) 半软阈值法去噪模型^[4]

$$\hat{w}_T = \begin{cases} 0, & |w| \leq T_1 \\ \text{sign}(w) \frac{T_2(|w| - T_1)}{T_2 - T_1}, & T_1 \leq |w| \leq T_2 \\ w, & |w| > T_2 \end{cases} \quad (4)$$

(2) 软硬阈值折中法去噪模型^[9]

$$\hat{w}_T = \begin{cases} \text{sign}(w)(|w| - \alpha T), & |w| \geq T, 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 0, & |w| < T \end{cases} \quad (5)$$

(3) 改进阈值法去噪模型^[11]

$$\hat{w}_T = \begin{cases} \text{sign}(w) \left(|w| - \frac{2T}{1 + \exp(mw^2)} \right), & |w| \geq T \\ 0, & |w| < T \end{cases} \quad (6)$$

在式(4)~式(6)中, α 和 m 为调节系数,根据去噪效果来决定大小, T_1 和 T_2 分别为上下限阈值。其中式(5)在上下限阈值点连续,在式(4)中,当 $\alpha=1$ 时,在式(3)中,当 $m=0$ 时,阈值函数在阈值 T 点都保持连续,避免了硬阈值函数的不连续,且在区间 $|w| \geq T$ 都存在高阶可导;同时,随着 $|w|$ 的增大, $|w - \hat{w}_T|$ 逐渐减小,当 $|w| \rightarrow \infty$ 时, $|w - \hat{w}_T| \rightarrow 0$,这样就有效解决了软阈值函数出现恒定偏差的问题。上述3种模型都在传统软硬阈值去噪效果上有了不同程度的改善,但是在实际应用中仍然存在一定的不足,图像边缘信息属于高频部分,对应的小波系数往往也偏低,直接置零,势必造成图像部分信息缺失。

4 基于新型符号函数的去噪算法

本文在式(4)~式(6)的基础上提出了一种新阈值函数,该函数具备了连续可导、小波系数偏差小等优点,模型中含有指数函数,增强了阈值函数的收敛性。在传统阈值或改进算法中,一般只对分解后的小波系数绝对值大于或者等于阈值的部分做了处理,而对于分解后小波系数绝对值小于阈值的部分未作阈值量化处理,该部分系数里可能含有少量的有用系数,全部置零会在一定程度上影响去噪的效果。本文提出的基于新型符号函数的去噪算法,不仅对绝对值大于或者等于阈值的小波系数进行了阈值量化处理,还对绝对值小于阈值的小波系数进行高阶函数量化处理。

针对绝对值小于阈值的小波系数,为保证在提取有用



信号信息的同时避免噪声再次进入,引入下限阈值(根据小于阈值 T 这部分小波系数中噪声与有用信号所占的比例关系而定),经过试验得到比例系数为 0.4 时,效果最佳。然后将小波系数绝对值位于两阈值之间部分进行高阶函数处理,低于下限阈值的小波系数是由噪声引起的,将该部分小波系数置零。这样就可以有效提取小波系数中的有用信号信息,剔除噪声信号。

具体的实现步骤如下。

步骤 1 对于小波系数绝对值大于阈值部分由符号函数向阈值点作收缩处理,保留图像大部分有用信息。

步骤 2 引入下限阈值,将小波系数位于两阈值之间部分进行高阶函数处理,提取剩余少量的有用信息。

步骤 3 将小于下限阈值的小波系数置零。

新型符号函数模型如下。

$$\hat{w}_T = \begin{cases} \text{sign}(w) \left(|w| - \frac{2T}{(2k+1)(1+\exp(\frac{|w|-T}{2}))} \right), & |w| \geq T \\ \frac{kw^{2k+1}}{(2k+1)T^{2k}}, & T_0 \leq |w| < T \\ 0, & |w| < T_0 \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数, T 为该函数的上限阈值。 T_0 为下限阈值,且 $T_0 = \varepsilon T$, ε, k 为调节参数,可以根据去噪的效果合理地调节 ε, k 的取值。在本文实验中,当 ε 取 0.4 时,基本满足这部分系数中噪声与有用信号的比例关系。

当 $k=0$ 时,式(7)可变为:

$$\hat{w}_T = \begin{cases} \text{sign}(w) \left(|w| - \frac{2T}{1+\exp(\frac{|w|-T}{2})} \right), & |w| \geq T \\ 0, & |w| < T \end{cases} \quad (8)$$

当 $k=1$ 时,式(7)又可变为:

$$\hat{w}_T = \begin{cases} \text{sign}(w) \left(|w| - \frac{2T}{3(1+\exp(\frac{|w|-T}{2}))} \right), & |w| \geq T \\ \frac{|w|^3}{3T^2}, & T_0 \leq |w| < T \\ 0, & |w| < T_0 \end{cases} \quad (9)$$

显然,当 $|w|=T, k=0$ 时,上分段函数会向零收缩,下分段函数结果取零 ($\hat{w}_T=0$);当 $\hat{w}_T \rightarrow 0$ 时,函数在阈值 T 点连续,但在下限 $|w| < T$ 函数却变成了 0,只在 $|w| \geq T$ 区间上存

在高阶可导的函数。当 $|w|=T, k=1$,在 $|w| < T$ 或 $|w| \geq T$ 的区间上,则有 $\hat{w}_T \rightarrow T/3$,即在阈值 T 点连续,避免了硬阈值重构信号时振荡的产生;当 $|w| \rightarrow \infty, \hat{w}_T \rightarrow w$ 时,即 w 增大至近似等于 $\hat{w}_T$ 时,避免出现软阈值中 w 与 $\hat{w}_T$ 之间存在一定偏差的缺陷。另外,在 $|w| < T$ 时,一般的改进阈值函数通常置零,从而忽略了该部分系数中含有的少量有用小波系数,而新阈值函数通过引入下限阈值,定义了区间 $T_0 < |w| < T$ 上的函数表达式,通过调节参数 k 的大小来筛选出有用系数,灵活性强,可根据不同的需要得到实用性强的阈值函数,且函数表达式无过多的参量,计算复杂度小。

通用阈值常常把所有尺度上的小波系数默认为一致,忽略了有用信号和噪声信号的差异。本文新阈值函数的阈值 T 在参考文献[11,17]的基础上考虑到图像大小对阈值的影响,引入分解尺度 d ,构造了如下自适应阈值模型:

$$T = \sigma \sqrt{2 \ln(M \times N)} / (2d - 1) \quad (10)$$

其中, M, N 是图像的大小, $\sigma = \text{median}(|w|)/0.6745$ 为噪声标准差, d 为图像的分解尺度。

由式(10)可知,当图像尺寸一定,图像的分解尺度增大时,整体阈值随之减小,这样在去噪时就能保留有效信息,有效防止过“扼杀”。当 $d=1$ 时,式(10)即通用阈值 T 。

当每层系数分解完后,首先,通过新阈值函数对每一层小波系数中的高频系数阈值进行量化处理,然后,将处理后的系数进行重组,就能得到去噪后的图像。随着分解层数和小波基的不同,图像去噪后的效果也会有差异,为保证较好的去噪效果,分解层数设为 3 层,小波基设为 db8。实验中 Bridge 图像和 B 超 Fetus 图像的 3 层分解结果如图 2 所示。

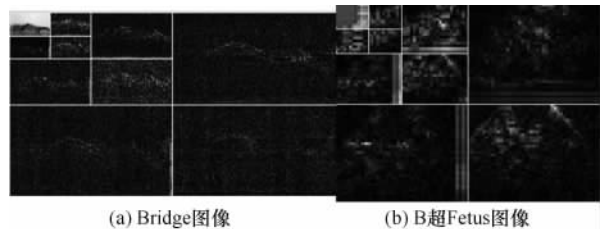


图 2 含噪图像的 3 层分解(小波基 db8)

从图 2 可知,每层能量分布都不相同,即每层中分解后的高频系数与低频系数都不一样。同时,在图 2(a)中发现了少许噪声点,在图 2(b)中噪声类型较为复杂,分解后系数分布不均匀,所以在分解系数后实物轮廓有些模糊。

5 实验仿真结果

本文仿真在 MATLAB 2012a 软件平台进行, 在 Intel Core i3-3240 CPU 的 PC 上分别用传统软硬阈值法、折中阈值法、半软阈值法、参考文献[11]方法以及本文新阈值法对 3 幅图像(Bridge 图像、Lena 图像及 B 超 Fetus 图像)进行了二维图像仿真实验, 并将这几种阈值函数去噪结果和新阈值法进行对比, 仿真结果如图 3~图 5 所示。为保证具

有较好实验效果, 实验中 k 取 1。

仿真实验中, Bridge 图像采集于某大学校园雨后的风雨桥, 含噪声方差为 20 的高斯白噪声, 大小为 115 dpi×85 dpi; Lena 图像为经典实验图像, 由图库下载, 大小为 256 dpi×256 dpi; B 超 Fetus 图像来自某医院 B 超机视频输出接口, 中心频率为 35 Hz, 大小为 105 dpi×100 dpi。在实际图像采集, 外界采景易受天气、光线等因素的影响, 势必造成采集到的图像模糊, 其含有较多高斯白噪声, 所

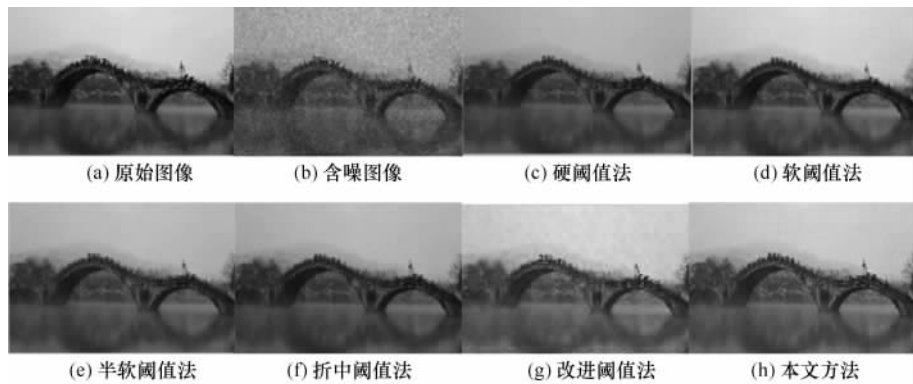


图 3 针对 Bridge 图像的各种方法去噪结果对比



图 4 针对 Lena 图像的各种方法去噪结果对比

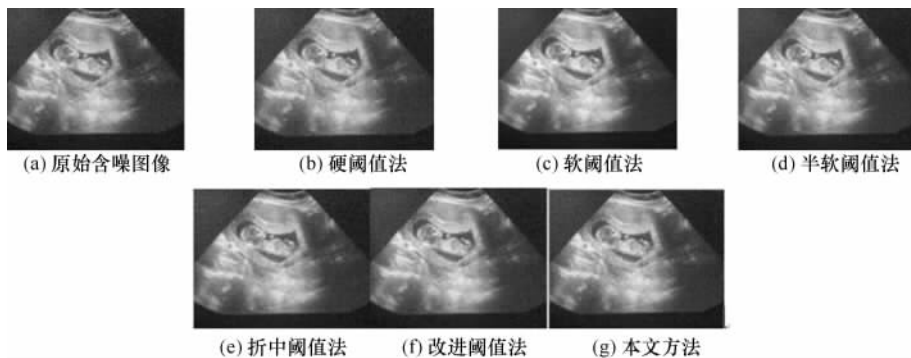


图 5 针对 B 超 Fetus 图像的各种方法去噪结果对比 ($k=1$)



以选择景物 Bridge 图像和人物 Lena 图像较为合理。选择 B 超 Fetus 图像是因为现代 B 超图像在形成过程中会因为 X 射线、机械噪声、信道噪声等交织形成混合噪声“斑点噪声”,严重干扰对病情的诊断等。针对 B 超图像出现的噪声问题,本文基于参考文献[18,19]的研究,重点验证了本文提出的新阈值函数对 B 超图像去噪的有效性 & 优越性。

从图 3 可知,图 3(d)要比图 3(c)平滑很多,湖中的倒影稍显模糊,边缘信息有丢失。图 3(f)、图 3(g)、图 3(h)有明显的改善,能够更清晰地看到桥上面的行人,图像清晰度都有不同程度的提高。但是图 3(f)、图 3(g)的清晰度在提高的同时,噪声也被放大,综合对比,新阈值法处理下的图 3(h)去噪效果较好,几乎看不到噪声的影响。同样在图 4 中,图 4(d)、图 4(e)出现明显的模糊现象,无法识别 Lena 面部表情,图 4(g)、图 4(h)相对来说,去噪效果较为明显,但图 4(g)景深突变处有轻微的失真现象。

由图 5 知,针对具有复杂噪声的 B 超 Fetus 图像,传统的软阈值处理效果并不理想,而在改进阈值方法中,图 5(e)、图 5(f)、图 5(g)清晰度都有不同程度的提高,其中图 5(g)去噪效果提高得较明显,Fetus 图像边缘更清晰,且没有过度的平滑现象,胎儿位置可以被细致地观察到。

本文利用均方误差(mean squared error, MSE)、峰值信噪比(peak signal to noise ratio, PSNR),分别对图 3~图 5 进行客观评价估计,结果见表 1。

从表 1 可知,软硬阈值法及半软阈值法去噪效果相对较弱,特别是处理 B 超 Fetus 图像效果不是太好,相比之

下,新阈值函数更有效地降低了均方误差,提高了峰值信噪比,尤其在处理 B 超 Fetus 图像时,相比其他方法,MSE 最大降低 17.182 6,PSNR 最大超出 4.758 9 dB。

在实际去噪的过程中,无论小波系数绝对值大于还是小于阈值,都能通过调节值大小得到比较好的阈值量化效果。为进一步讨论 k 值对去噪效果的影响,实验选取 $k \in [0,3]$,由 MATLAB 仿真实验,数据结果见表 2 及图 6。

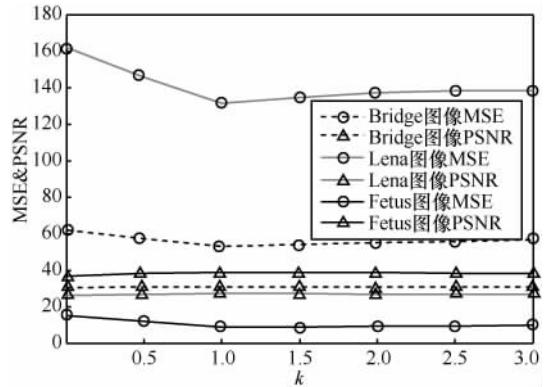


图 6 3 幅图像在不同 k 值时的去噪结果 ($k \in [0,3]$)

由表 2 及图 6 可知,当时,去噪处理后 Bridge 图像、Lena 图像及 Fetus 图像的峰值信噪比(PSNR)相对较高,而均方误差(MSE)相对较低,达到了最佳效果。

为了探究本文方法对严重噪声污染图像的去噪能力,实验中对 Bridge 图像和 Lena 图像分别添加噪声方差为 10、20、30、40、50 的高斯白噪声。采用不同方法对添加不同噪声方差的去噪效果如图 7 所示。

表 1 各种图像去噪算法客观评价结果

去噪方法	Bridge		Lena		Fetus		结论
	MSE	PSNR/dB	MSE	PSNR/dB	MSE	PSNR/dB	
硬阈值法	62.164 2	30.483 2	161.592 1	26.146 5	11.887 9	36.235 6	局部有振荡
软阈值法	77.923 5	29.110 1	220.769 7	25.384 2	25.870 3	35.032 8	边缘出现模糊
参考文献[4]方法	61.739 8	30.314 5	157.227 0	26.139 9	12.159 8	37.412 0	局部过于平滑
参考文献[9]方法	67.772 1	29.923 3	177.684 2	25.723 1	17.247 8	36.221 5	部分细节信息缺失
参考文献[11]方法	62.499 2	30.203 6	158.771 2	26.112 5	15.113 0	36.645 8	景深突变处出现失真
本文方法	52.423 6	30.978 4	136.002 1	26.849 5	8.547 9	38.993 1	效果较好

表 2 不同 k 值的去噪结果 ($k \in [0,3]$)

k	Bridge		Lena		Fetus	
	MSE	PSNR/dB	MSE	PSNR/dB	MSE	PSNR/dB
0	61.873 2	30.446 5	160.851 7	26.223 6	15.012 2	36.597 0
1	52.423 6	30.978 4	136.002 1	26.849 5	8.547 9	38.993 1
2	55.001 5	30.932 7	136.855 3	26.861 0	9.230 4	38.777 6
3	56.328 9	30.749 0	138.130 6	26.728 4	9.603 1	38.289 9

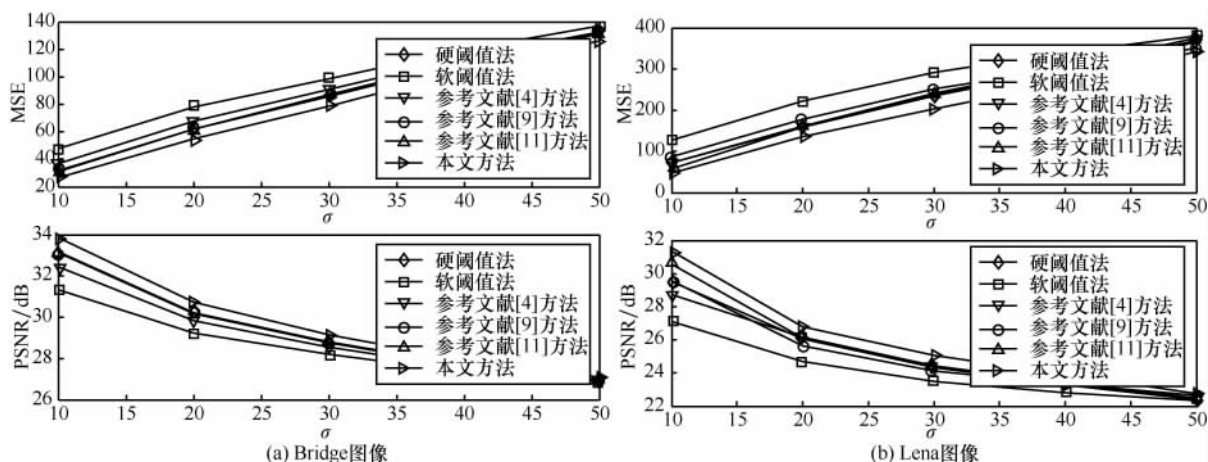


图 7 各种方法处理后的 Bridge 图像和 Lena 图像的 MSE 与 PSNR 对比结果

当噪声污染的程度增大时,各种方法的去噪能力都有所减弱,但本文提出的新阈值函数处理后的 MSE 始终小于其他方法,PSNR 始终大于其他方法,去噪效果更好。

6 结束语

为了弥补传统阈值去噪方法的不足,获取更具有清晰边界、平滑均匀的图像。本文提出了一种基于新型符号函数的小波阈值图像去噪方法,改进后的阈值函数具备良好的实用性,无论小波系数的绝对值大于或小于阈值,都能找到适应的阈值函数,且能够根据图像尺寸大小自适应选取阈值。实验证明,该法具有较好的顽健性,不仅在高斯噪声图像中具有较强的去噪能力,而且在有复杂噪声的 B 超图像下,同样也具备很好的去噪效果。

在 B 超图像去噪中,因为“斑点噪声”所含噪声类型复杂,无法判定本文方法对“斑点噪声”的污染程度去噪效果,所以只对含高斯白噪声 Bridge 图像做了深入探究。下一步工作主要研究该法对含不同噪声污染程度的 B 超图像去噪能力,并找出一个来衡量“斑点噪声”污染程度的参考标准,使该法在研究动态图像、视频图像等复杂图像中得到更好的应用。

参考文献:

- [1] 谢杰成, 张大力, 徐文立. 小波图像去噪综述[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7(3): 209-217.
- [2] XIE J C, ZHANG D L, XU W L. Overview on wavelet image denoising[J]. Journal of Image and Graphics, 2002, 7(3): 209-217.
- [3] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425-455.
- [4] DONOHO D L, JOHNSTONE I M, KERKYACHARIAN G, et

al. Wavelet shrinkage: asymptopia[J]. Journal of Royal Statistics Society Series(B), 1995(57): 301-369.

- [4] BRUCE A G, GAO H Y. Understanding WaveShrink: variance and bias estimation[J]. Biometrika, 1996, 83(4): 727-745.
- [5] GUNAWAN D. Denoising images using wavelet transform[C]// 1999 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, Aug 22-24, 1999, Victoria, BC, Canada. New Jersey: IEEE Press, 1999: 83-85.
- [6] SHARK L K, YU C. Denoising by optimal fuzzy thresholding in wavelet domain[J]. Electronics Letters, 2000, 36(6): 581-582.
- [7] MUKHOPADHYAY S, MANDAL J K. Wavelet based denoising of medical images using sub-band adaptive thresholding through genetic algorithm[J]. Procedia Technology, 2013, 10(2): 680-689.
- [8] GUPTA D K, PAWARV S, JAIN Y K. Wavelet based multilevel sub-band adaptive thresholding for image denoising using modified PSO algorithm [J]. International Advanced Research Journal in Science, 2015, 12(2): 24-30.
- [9] 张遵伟, 罗晓辉, 张德胜, 等. 阈值改进算法在小波去噪中的应用[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2010, 29(5): 43-45.
- [9] ZHANG Z W, LUO X H, ZHANG D S, et al. An improved thresholding denoising algorithm and its application in wavelet denoising [J]. Journal of Xihua University(Natural Science Edition), 2010, 29(5): 43-45.
- [10] 杨鑫蕊. 改进的小波阈值去噪算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2014.
- [10] YANG X R. Research on improved wavelet threshold denoising algorithm [D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2014.
- [11] 王琪, 程彬, 杜娟, 等. 一种改进的小波阈值图像去噪方法[J]. 计算机与现代化, 2015(4): 65-69.
- [11] WANG Q, CHENG B, DU J, et al. An improved method for denoising of wavelet threshold images [J]. Modern Electronics Technique, 2015(4): 65-69.



- [12] 谢家林, 李根强, 谢家丽, 等. 改进阈值函数在图像去噪中的应用[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2016, 17(1): 72-76.
XIE J L, LI G Q, XIE J L, et al. Research on the application of the improved threshold function to image denoising [J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition), 2016, 17(1): 72-76.
- [13] JITHA C R. Image denoising by modified overcomplete wavelet representation utilizing adaptive thresholding algorithm [J]. International Journal of Scientific & Engineering Research, 2015, 4(6): 802-813.
- [14] BHANDARI A K, KUMAR A, SINGH G K, et al. Performance study of evolutionary algorithm for different wavelet filters for satellite image denoising using sub-band adaptive threshold[J]. Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence, 2015, 28(1-2): 71-95.
- [15] 杜春. 运动模糊图像恢复和小波阈值去噪算法研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.
DU C. Motion blurred image restoration and wavelet threshold denoising algorithm analysis [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008.
- [16] 袁开明, 舒乃秋, 孙云莲, 等. 基于阈值寻优法的小波去噪分析[J]. 武汉大学学报(工学版), 2015, 48(1): 74-80.
YUAN K M, SHU N Q, SUN Y L, et al. Wavelet denoising based on threshold optimization method [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2015, 48(1): 74-80.
- [17] VERMA S, KHARE N. Denoising of computed tomography images using wavelet transform [J]. International Journal for Innovative Research in Science & Technology, 2015, 1 (8): 21-29.
- [18] 侯宏花, 陈树越, 郭保全. 医学 B 超图像降噪处理的三种方法比较[J]. 测试技术学报, 2003, 17(3): 262-264.
HOU H H, CHEN S Y, GUO B Q, et al. Comparison of three methods in decreasing noise of medical B model ultrasonic images [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2003, 17(3): 262-264.
- [19] 张聚, 王陈, 程芸. 小波与双边滤波的医学超声图像去噪[J].

中国图象图形学报, 2014, 19(1): 126-132.

ZHANG J, WANG C, CHENG Y. Despeckling for medical ultrasound images based on wavelet and bilateral filter [J]. Journal of Image and Graphics, 2014, 19(1): 126-132.

[作者简介]



崔金鸽(1991-),男,吉首大学物理与机电工程学院硕士生,主要研究方向为信号处理技术。



陈炳权(1972-),男,博士,吉首大学物理与机电工程学院副教授,主要研究方向为图像处理与智能控制。



徐庆(1988-),男,吉首大学物理与机电工程学院硕士生,主要研究方向为图像处理技术。



邓波(1990-),男,吉首大学物理与机电工程学院硕士生,主要研究方向为图像编码压缩感知。